



**JESTEM MISTRZEM
W ZAGADNIENIACH
OPTYMALIZACYJNYCH**

**TOMASZ
WÓJTOWICZ**

SCENARIUSZ LEKCJI

Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących
w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego
w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019

Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska
dr Anna Rybak
dr Beata Rola
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019
Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons – Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>

Temat lekcji:

Jestem mistrzem w zagadnieniach optymalizacyjnych.

Czas trwania lekcji:

45 minut

Klasa:

II liceum/technikum, poziom rozszerzony

Cel ogólny:

zastosowanie pochodnych funkcji do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.

Cele szczegółowe. Uczeń:

- oblicza pochodną funkcji w punkcie,
- wyznacza ekstrema funkcji różniczkowalnych,
- bada przebieg zmienności funkcji,
- używa w pracy technologii informacyjno-komunikacyjnych,
- twórczo i kreatywnie rozwiązuje problemy z życia codziennego,
- dobiera trafne argumenty i konstruuje poprawne rozwiązania,
- przedstawia i modyfikuje plan rozwiązywania zadania,
- jest zaangażowany w badania, eksperymenty i doświadczenia (w szczególności uczeń ze SPE).

Metody, techniki i formy pracy:

- metody eksponujące: pokaz,
- metody aktywizujące: mapa pojęciowa, praca w zespołach,
- zastosowanie TIK: praca z programem komputerowym GeoGebra oraz arkuszem kalkulacyjnym Excel (wspierająca rozwój kompetencji cyfrowych),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca grupowa (jednolita i zróżnicowana).

Środki dydaktyczne:

- komputer z zainstalowanym programem GeoGebra i arkuszem kalkulacyjnym Excel,
- kartki z zadaniami dla uczniów,
- karta samooceny ucznia.

Opis przebiegu lekcji

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Nauczyciel wyjaśnia uczniom, że zagadnienia optymalizacyjne to zadania, w których należy obliczyć, jakie warunki muszą być spełnione, aby pewna wielkość osiągała najmniejszą lub największą wartość. W celu wyznaczenia żądanych warunków należy:

- zapisać tę wielkość jako funkcję dowolnej zmiennej (przejście od zadania do równania funkcji),

- wyznaczyć ekstrema funkcji (pamiętamy o dziedzinie funkcji, miejsca zerowe pochodnej nie zawsze muszą należeć do dziedziny funkcji).

2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Nauczyciel w programie GeoGebra wykonuje symulację rysunku do zadania:

Z tyłu szkoły ma być utworzony mały, prostokątny ogródek o powierzchni 60 m^2 , ogrodzony płotem. Jeden bok działki nie wymaga płotu, gdyż stanowi go ściana szkoły. Jakie wymiary musi mieć ten ogródek, by koszty jego ogrodzenia były jak najmniejsze?

Nauczyciel analizuje wspólnie z uczniami przykładowe rozwiązania problemu.

3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Nauczyciel dzieli uczniów na 4 grupy zadaniowe, których zadaniem jest opracowanie rozwiązań zagadnień optymalizacyjnych i podkreślanie najbardziej istotnych elementów rozwiązań (uczniowie mogą wspomagać się programem GeoGebra lub Excel).

Problemy do rozwiązania (na podstawie https://www.zadania.info/7675_5546 – dostęp 19.11.2018 r.):

Grupa I: Jak przedstawić liczbę dodatnią a w postaci sumy dwóch składników tak, aby suma ich sześciąt była najmniejsza z możliwych?

Grupa II: Sprzedawca kupuje miesięcznie w hurtowni laptopy, płacąc 1200 zł za sztukę. W chwili obecnej sprzedaje 20 laptopów miesięcznie w cenie 1400 zł za sztukę oraz oszacował, że każda kolejna obniżka ceny o 10 zł zwiększa o 2 liczbę sprzedanych laptopów. Jaką powinien ustalić cenę laptopa, aby jego zysk był największy z możliwych? Ile jest równy ten maksymalny miesięczny zysk? (Uczniowie posługują się arkuszem kalkulacyjnym Excel).

Grupa III: Długość 28 cm należy podzielić na dwie części i z jednej zrobić kwadratową ramkę, a z drugiej ramkę prostokątną, której jeden bok jest trzy razy dłuższy od drugiego. Jak należy podzielić drut, jeżeli chcemy, aby suma pól otrzymanego kwadratu i prostokąta była najmniejsza z możliwych? (Uczniowie przeprowadzają eksperyment, używając modelu drutu).

Grupa IV: Firma zajmująca się wynajmem lokali ma do dyspozycji 180 pomieszczeń użytkowych. Wszystkie pomieszczenia są zajęte wówczas, gdy koszt wynajmu za jeden miesiąc wynosi 1200 zł. Firma oszacowała, że każda kolejna podwyżka czynszu o 40 zł zmniejsza o 5 liczbę wynajmowanych pomieszczeń. Jaki miesięczny koszt wynajmu powinna ustalić ta firma, aby jej przychód był maksymalny? Ile wynosi maksymalny przychód?

4. Prezentacja pracy

Po wykonanej pracy następuje prezentacja uczniowskich rozwiązań.

Ostatnim etapem będzie opracowanie wspólnego plakatu – planu rozwiązania zagadnienia optymalizacyjnego, który będzie składał się z trzech etapów:

I etap:

1. Zapisanie zależności pomiędzy wielkościami występującymi w zadaniu.
2. Przekształcenie sformułowań tak, aby dojść do funkcji jednej zmiennej, która wyraża optymalizowaną wielkość.
3. Wyznaczenie dziedziny funkcji.

II etap:

1. Obliczenie pochodnej funkcji.
2. Wyznaczenie miejsc zerowych pochodnej.
3. Wskazanie i uzasadnienie występowania ekstremów funkcji.

III etap:

1. Obliczenie szukanej wielkości tak, aby była największa lub najmniejsza.

5. Samoocena i refleksja uczniów

Nauczyciel ocenia pracę grupową uczniów, a następnie prosi uczniów o wypełnienie karty samooceny. **Przykład: Karta samooceny ucznia:**

Na dzisiejszej lekcji po raz pierwszy:

- ✓ Usłyszałam/em
- ✓ Zobaczyłam/em.....
- ✓ Doświadczyłam/em.....
- ✓ Zaangażowałam/em się w.....

Komentarz metodyczny

Zastosowane środki dydaktyczne pozwolą uczniom na samodzielne eksperymentowanie i weryfikowanie poprawności rozwiązania. Praca wspólnym frontem ma ukierunkować uczniów na właściwy tok myślenia, zaś efektem pracy grupowej powinno być przedstawienie planu rozwiązania, który wspólnie zostanie zmodyfikowany. Opracowany plan rozwiązania zagadnienia optymalizacyjnego należy wyeksponować w klasie w widocznym miejscu i wykorzystać do lekcji ćwiczeniowych lub powtórzeniowych przed egzaminem maturalnym. W przypadku uczniów z trudnościami w uczeniu się matematyki należy przygotować materiał w formie gotowego schematu z lukami do uzupełnienia.